

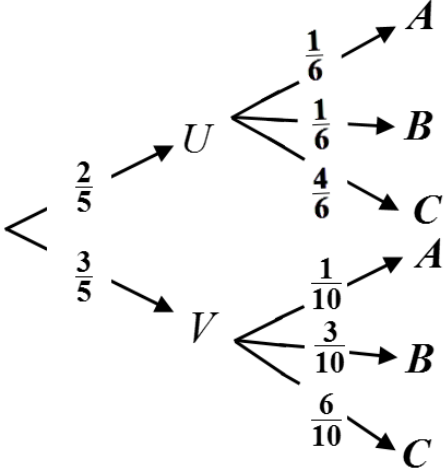
العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموع	مجزأة	
<b>التمرين الأول (04 نقاط)</b>		
2.25	2 × 0.5	$P(B) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 \times C_2^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{4} \quad , \quad P(A) = \frac{C_5^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \frac{11}{120} \quad (أ)$ <p>مجموع أرقام الكريات يكون معدوماً: <math>\{-3;1;2\}</math> ، <math>\{1;1;-2\}</math> ، <math>\{0;2;-2\}</math></p>
	0.5	$P(C) = \frac{C_2^1 \times C_3^1 \times C_1^1 + C_3^2 \times C_1^1 + C_3^1 \times C_3^1 \times C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{3}{20}$
	0.25+0.5	<p>ب) الكريات من نفس اللون ومجموع أرقامها معدوم: <math>\{0;2;-2\}</math> ، <math>\{1;1;-2\}</math></p> $P_C(A) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{1}{9} \quad , \quad P(A \cap C) = \frac{C_2^2 \times C_1^1 + C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{60}$
1.25	0.25	مجموعة قيم المتغير العشوائي هي $\{1;2;3\}$
	0.25	$P(X=3) = \frac{30}{120} \quad , \quad P(X=1) = \frac{11}{120}$
	0.25	$P(X=2) = 1 - P(X=1) - P(X=3) = \frac{79}{120}$
	0.25	$E(X) = 1 \times \frac{11}{120} + 2 \times \frac{79}{120} + 3 \times \frac{30}{120} = \frac{259}{120}$
	0.25	
0.5	0.5	<p>حساب احتمال الحصول على ثلاث كريات جُداء أرقامها معدوم.</p> $P = 1 - P' = 1 - \frac{8^3}{10^3} = \frac{61}{125}$ <p>حيث <math>P'</math> احتمال الحدث المعاكس</p>
<b>التمرين الثاني (04 نقاط)</b>		
1	0.5	<p>(أ) تمثيل الحدود</p>
	2 × 0.25	<p>(ب) التخمين: المتتالية <math>(u_n)</math> ليست رتيبة ومتقاربة.</p>

2	0.25+0.5	$v_0 = -1$ و $v_{n+1} = -\frac{1}{3}v_n$ (أ)	2
	0.5	$v_n = -\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ ، من أجل كل عدد طبيعي $n$ (ب)	
	$2 \times 0.25$	$u_n = \frac{4}{1-v_n} - 2 = -2 + \frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$ ، من أجل كل عدد طبيعي $n$	
	0.25	$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0$ لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$ (ج)	
1	0.75	$S_n = v_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = -\frac{3}{4} \left[1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right]$	3
	0.25	$T_n = \frac{1}{4}[n+1 - S_n] = \frac{1}{16} \left[4n+7 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n\right]$ ، من أجل كل عدد طبيعي $n$	
<b>التمرين الثالث (05 نقاط)</b>			
1.75	0.25	أ) التحقق أن الثنائية (2 ; 6) حل للمعادلة (E) : $16 \times 6 + 361 \times 2 = 818$	1
	0.25	من الجملة $\begin{cases} 16x + 361y = 818 \\ 16 \times 6 + 361 \times 2 = 818 \end{cases}$ نجد $16(x-6) = 361(2-y)$	
	0.25	تبيان أن $PGCD(16; 361) = 1$	
	0.25	مجموعة الحلول هي $\{(361k+6; -16k+2) / k \in \mathbb{Z}\}$	
	0.25	ب) الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) التي تحقق $ x+23y  \leq 4$	
	$2 \times 0.25$	$6,85 \leq k \leq 8$ نجد $ x+23y  \leq 4$ و $\begin{cases} x = 361k+6 \\ y = -16k+2 \end{cases}$ الثنائيتان هما $(2533; -110)$ ، $(2894; -126)$	
2	0.25	تعيين $\alpha$ و $\beta$ :	2
	0.25	$\overline{5\alpha\beta 0} = 1715 + 7\beta + 49\alpha$	
		$\overline{\beta\alpha 87} = 79 + 81\alpha + 729\beta$	
		$0 < \beta \leq 6$ و $0 \leq \alpha \leq 6$	
	0.25	$16\alpha + 361\beta = 818$ تكافئ $\overline{5\alpha\beta 0} = \overline{\beta\alpha 87}$	
	0.25	$\beta = -16k+2$ و $\alpha = 361k+6$	
	0.5	من أجل $k=0$ نجد $\alpha=6$ و $\beta=2$	
	0.5	فيكون $P=2023$	

0.75	0.5 0.25	(أ) $2023 = 7 \times 17^2$ الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم 2023 هي 1 و 17	3												
0.5	0.25	(ب) لدينا $\begin{cases} m \times d = a \times b \\ a = d \times a', b = d \times b' \\ PGCD(a'; b') = 1 \end{cases}$ تكتب عندئذ $m^2 + 3d^2 = 2023$ على الشكل $\frac{2023}{d^2} - 3 = (a' \times b')^2$ من أجل $d = 1$ نجد $a' \times b' = \sqrt{2020}$ (غير ممكن) من أجل $d = 17$ نجد $a' \times b' = 2$ ومنه الثنائيتان هما (17; 34)، (34; 17)													
0.25	0.25														
<b>التمرين الرابع (07 نقاط)</b>															
1.25	2 × 0.25	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$	(I) 1												
	0.25 0.25	(ب) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $g'(x) = -12(x-1)e^{-2x}$ $g$ متزايدة تماما على $]-\infty; 1]$ ومتناقصة تماما على $[1; +\infty[$													
	0.25	جدول التغيرات <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td>1</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td></td> <td></td> <td><math>g(1)</math></td> <td></td> </tr> </table>		$x$	$-\infty$	1	$+\infty$	$g'(x)$		+	0	-	$g(x)$		
$x$	$-\infty$	1	$+\infty$												
$g'(x)$		+	0	-											
$g(x)$			$g(1)$												
0.5	0.25	(أ) المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0,2 < \alpha < 0,3$ لأن الدالة $g$ مستمرة و متزايدة تماما على $[0,2 ; 0,3]$ و $g(0,2) \times g(0,3) < 0$ و $(g(0,3) \approx 0,34$ ، $g(0,2) \approx -0,21)$	2												
	0.25	(ب) إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ : <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td></td> <td>-</td> <td><math>\emptyset</math></td> <td>+</td> </tr> </table>		$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$g(x)$		-	$\emptyset$	+			
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$												
$g(x)$		-	$\emptyset$	+											
1.5	0.5+0.25	(أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(1 + \frac{1}{x} - 3e^{2x}\right) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(II) 1												
	0.25	(ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-3xe^{2x}) = 0$													
	2 × 0.25	(ج) على $]-\infty; 0[$ يكون $(C_f)$ أعلى $(\Delta)$ وعلى $]0; +\infty[$ يكون $(C_f)$ أسفل $(\Delta)$ $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة ذات الإحداثيات $(0; 1)$													

1	0.25	(أ) من أجل كل عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = g(-x)$	2												
	0.25	(ب) إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(-x)$													
	0.25	إذن $f$ متزايدة تماما على $]-\infty; -\alpha]$ ومتناقصة تماما على $]-\alpha; +\infty[$ جدول التغيرات													
	0.25	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-\alpha</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>f(-\alpha)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$-\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$	$-\infty$	$f(-\alpha)$	$-\infty$	
$x$	$-\infty$	$-\alpha$	$+\infty$												
$f'(x)$	+	0	-												
$f(x)$	$-\infty$	$f(-\alpha)$	$-\infty$												
1.75	0.25	(أ) $f'(x) = 1$ يكافئ $g(-x) = 1$ ومنه $x = -\frac{1}{2}$	3												
	0.25	معادلة المماس $(T)$ : $y = x + 1 + \frac{3}{2}e^{-1}$													
	2 × 0.25	(ب) رسم $(\Delta)$ و $(T)$													
	0.5		رسم $(C_f)$												
	0.25	(ج) مجموعة قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x) = x + m$ حلين بالضبط هي $\left]1; 1 + \frac{3}{2}e^{-1}\right[$													
1	0.25	(أ) $\int_{-\alpha}^0 x e^{2x} dx = \left[ \frac{1}{4}(2x-1)e^{2x} \right]_{-\alpha}^0 = \frac{1}{4}(2\alpha+1)e^{-2\alpha} - \frac{1}{4}$	4												
	0.25	(ب) $\mathcal{A} = \int_{-\alpha}^0 (f(x) - (x+1)) dx = -3 \int_{-\alpha}^0 x e^{2x} dx = \left[ -3(2\alpha+1)e^{-2\alpha} + 3 \right] cm^2$													
	0.25	(ج) $\mathcal{A} = 2 \left( \frac{4\alpha-1}{2\alpha-1} \right) cm^2$													

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيد التام بسلم التنقيط

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	
مجموع	مجزأة		
<b>التمرين الأول (04 نقاط)</b>			
2.25	0.75		أ) شجرة الاحتمالات
	2 × 0.25	$P(A) = P(U) \times P_U(A) + P(V) \times P_V(A) = \frac{2}{5} \times \frac{C_2^2}{C_4^2} + \frac{3}{5} \times \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{19}{150}$	ب)
	2 × 0.25	$P(B) = P(U) \times P_U(B) + P(V) \times P_V(B) = \frac{2}{5} \times \frac{C_2^2}{C_4^2} + \frac{3}{5} \times \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{37}{150}$	
	2 × 0.25	$P(C) = 1 - P(\bar{C}) = 1 - \frac{19}{150} - \frac{37}{150} = \frac{47}{75}$	
1.75	0.25	<p>أ) مجموعة قيم المتغير العشوائي هي <math>\{0; 1; 2\}</math></p>	
	3 × 0.25	$P(X=2) = \frac{19}{150}, \quad P(X=1) = \frac{94}{150}, \quad P(X=0) = \frac{37}{150}$	2
	0.5	$E(X) = \frac{22}{25}$	
	0.25	<p>ب) <math>\ln X \leq 1</math> تكافئ <math>0 &lt; X \leq e</math> ومنه <math>P(\ln X \leq 1) = P(X=1) + P(X=2) = \frac{113}{150}</math></p>	
<b>التمرين الثاني (04 نقاط)</b>			
1	4 × 0.25	$z_3 = \sqrt{2}(1-i), \quad z_2 = \sqrt{2}(1+i), \quad \Delta = -8, \quad z_1 = 1+i\sqrt{3}$	1
1.5	3 × 0.25	$z_B = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right), \quad z_A = 2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$	أ)
	0.25	$z_C = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$	2
	2 × 0.25	<p>ب) النقط <math>A, B, C</math> تنتمي إلى نفس الدائرة لأنّ <math>OA = OB = OC = 2</math> : مركز الدائرة هو المبدأ ونصف قطرها 2</p>	

1.25	3 × 0.25	$K = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{8} + i \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{8}$ ، $\arg(K) = \frac{\pi}{12}$ ، $ K  = \left  \frac{z_C}{2z_A} \right  = \frac{1}{2}$ (أ)	3												
	2 × 0.25	$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ ، $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (ب)													
0.25	0.25	$\overline{L_n} = \overline{z_A^n + z_B^n} = \overline{z_B^n + z_A^n} = L_n$ ، من أجل كل عدد طبيعي $n$	4												
التمرين الثالث (05 نقاط)															
1.75	0.5	(أ) بواقي القسمة الإقليدية لـ $9^n$ على 11: $9^4 \equiv 5[11]$ ، $9^3 \equiv 3[11]$ ، $9^2 \equiv 4[11]$ ، $9^1 \equiv 9[11]$ ، $9^0 \equiv 1[11]$	1												
	0.5	التعميم : <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <thead> <tr> <th><math>n</math></th> <th><math>5k</math></th> <th><math>5k+1</math></th> <th><math>5k+2</math></th> <th><math>5k+3</math></th> <th><math>5k+4</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>9^n \equiv</math></td> <td>1</td> <td>9</td> <td>4</td> <td>3</td> <td>5</td> </tr> </tbody> </table> $k \in \mathbb{N}$ [11]		$n$	$5k$	$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$	$9^n \equiv$	1	9	4	3	5
	$n$	$5k$		$5k+1$	$5k+2$	$5k+3$	$5k+4$								
	$9^n \equiv$	1		9	4	3	5								
0.25	باقي القسمة الإقليدية للعدد $9^{2023}$ على 11 هو 3 (لاحظ أن $2023 = 5k + 3$ )														
0.25	(ب) مجموعة قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق الجملة : $\begin{cases} n \equiv 2023[5] \\ 3n + 9^n \equiv 1444[11] \end{cases}$ معناه $n = 5k + 3$ حيث $k$ عدد طبيعي ومنه: $n = 55\alpha + 33$ مع $\alpha$ عدد طبيعي														
1.75	0.25+0.5	(أ) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_{n+1} = 9v_n$ و $v_0 = 8$	2												
	0.5	(ب) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $v_n = 8 \times 9^n$													
	0.5	من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n = \frac{v_n + 8n - 2}{4} = 2 \times 9^n + 2n - \frac{1}{2}$													
1	0.5	من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $S_n = v_0 \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = 9^{n+1} - 1$	3												
	0.5	$T_n = \frac{1}{4} S_n + \frac{1}{2} (n+1)(2n-1) = \frac{1}{4} (9^{n+1} + 4n^2 + 2n - 3)$													
0.5	0.25	من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $4T_{5n} = 9^{5n+1} + 100n^2 + 10n - 3$	4												
	0.25	إذن $4T_{5n} - n^2 + n + 5 = 9^{5n+1} + 99n^2 + 11n + 2$ فيكون $4T_{5n} - n^2 + n + 5 \equiv 0[11]$													

التمرين الرابع (07 نقاط)

1.25	2×0.5	أ) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $g'(x) = \ln x + \frac{2x-3}{x}$ و $g''(x) = \frac{x+3}{x^2}$	(I) 1									
	0.25	ب) الدالة $g'$ متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$ لأن $g''(x) > 0$										
0.75	0.5	أ) الدالة $g'$ مستمرة و متزايدة تماما على $[1,3; 1,4]$ و $g'(1,3) \times g'(1,4) < 0$ و $g'(1,3) = -0,05$ ، $g'(1,3) = 0,19$ إذن $g'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا	2									
	0.25	ب) من أجل كل $x$ من $]0; +\infty[$ ، $g(x) \geq g(\alpha)$ ، ومنه $g(x) > 0$										
1	2×0.25	أ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ ، المنحني يقبل المستقيم ذا المعادلة $x=0$ مقارب له	(II) 1									
	0.5	ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3 \ln x}{2x}\right) x \ln x = +\infty$										
1	0.5	<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>0</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	0	$+\infty$	$f'(x)$		+	$f(x)$		$+\infty$	2
	$x$		0	$+\infty$								
$f'(x)$		+										
$f(x)$		$+\infty$										
0.5	<p>من أجل كل <math>x</math> من <math>]0; +\infty[</math> ، <math>f'(x) = \frac{g(x)}{x}</math> ، جدول التغيرات</p>											
0.75	0.25	$f'(x) = 1$ يكافئ $g(x) = x$ ومنه $x = 1$ أو $x = 3$	3									
	2×0.25	$(T) : y = x - 1$ و $(T') : y = x - 3 + (3 - \frac{3}{2} \ln 3) \ln 3$										
1.25	2×0.25		4									
	0.5			أ) رسم $(T)$ و $(T')$ رسم $(C_f)$								
	0.25	ب) مجموعة قيم $m$ هي $\left] -3 + (3 - \frac{3}{2} \ln 3) \ln 3 ; -1 \right[$										

1	0.5	أ) $F$ تقبل الاشتقاق على $]0; +\infty[$ ومن أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0; +\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	5
	2×0.25	ب) $\int_1^e f(x) dx = [F(e) - F(1)] = (e^2 - 6e + 13) \text{ cm}^2$	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط